Алгоритм формирования комплекснозначных кодовых последовательностей с равномерным энергетическим спектром и дельтовидной автокорреляционной функций с нулевым уровнем боковых лепестков

Хафизов Динар Гафиятуллович

Задача, решаемая с помощью алгоритма: Алгоритм позволяет, используя методы теории контурного анализа, получить дискретные комплекснозначные последовательности обладающие свойствами равномерности энергетического спектра и дельтовидной циклической автокорреляционной функции с нулевым уровнем боковых лепестков.

Область применения: Связь – при создании систем связи с кодовым уплотнением каналов.

Подробное описание алгоритма

Применяемые в системах связи сигналы и методы их обработки нацелены на минимизацию взаимного влияния сигналов от различных источников. Обычно речь о полном устранении взаимного влияния не идет. Например, в системах связи с кодовым разделением каналов взаимное влияние сигналов из-за возникновения корреляционных шумов при их обработке ухудшает отношение сигнал/помеха и тем самым снижает пропускную способность канала связи. При этом требования снижения уровня боковых лепестков корреляционной функции может вступать в противоречие с другими требованиями, предъявляемым к сигналам, например, максимизации расстояния между сигналами в признаковом пространстве. В системах связи с временным разделением каналов сильное влияние могут оказывать переходные помехи.

Комплекснозначные последовательности в виде композиционных контуров из полного семейства элементарных контуров (ЭК) обладают равномерным энергетическим спектром (РЭС) и дельтовидной циклической автокорреляционной функцией, что позволяет исключить при их обработке влияние корреляционных шумов.

Элементарными контурами называются ортогональные комплекснозначные векторные сигналы вида

$$\mathbf{\Gamma}_m = \{\gamma_m(n)\}_{n=0}^{k-1} = \left\{\exp\left\{i\frac{2\pi}{s}mn\right\}\right\}_{n=0}^{k-1} = \left\{\cos\left(\frac{2\pi}{s}mn\right) + i\sin\left(\frac{2\pi}{s}mn\right)\right\}_{n=0}^{k-1}$$

$$m = 0,1,\ldots,k-1,$$

здесь $\mathbf{\Gamma}_m$ - элементарный контур порядка m размерности k, причем их скалярные произведения

$$(\mathbf{\Gamma}_m, \mathbf{N}_l) = 0, \quad m,l = 0,\ldots,k-1, \quad \text{при} \quad m \neq l.$$

Композиционный контур будет иметь размерность k^2 и будет состоять и компонент контуров Γ_0, Γ_1, Γ_2 Γ_3 … Γ_{k-1} т.е. является конкатенацией ЭК с последовательным возрастанием индексов

$$\mathbf{\Gamma} = \{\gamma(i)\}_{i=0}^{k^2-1} = \{\gamma_m(n)\}_{m,n=0}^{k-1} = \left\{\exp\left\{i\frac{2\pi}{k}mn\right\}\right\}_{m,n=0}^{k-1}.$$

Пример.

Например, при k=4 (m=0..k-1, т.е. m=0,1,2,3) существует 4 элементарных контура Γ_0, Γ_1, Γ_2 и Γ_3 каждый из которых имеет размерность k:

<u>для *m*=0</u>

$$\mathbf{\Gamma}_0 = \{\gamma_0(0); \gamma_0(1); \gamma_0(2); \gamma_0(3)\} = \left\{\exp\left\{i\frac{2\pi}{4}0\cdot 0\right\}; \exp\left\{i\frac{2\pi}{4}0\cdot 1\right\}; \exp\left\{i\frac{2\pi}{4}0\cdot 2\right\}; \exp\left\{i\frac{2\pi}{4}0\cdot 3\right\}\right\} =$$
$$= \{1; 1; 1; 1\};$$

<u>для *m*=1</u>

$$\mathbf{\Gamma}_1 = \{\gamma_1(0); \gamma_1(1); \gamma_1(2); \gamma_1(3)\} = \left\{\exp\left\{i\frac{2\pi}{4}1\cdot 0\right\}; \exp\left\{i\frac{2\pi}{4}1\cdot 1\right\}; \exp\left\{i\frac{2\pi}{4}1\cdot 2\right\}; \exp\left\{i\frac{2\pi}{4}1\cdot 3\right\}\right\} =$$
$$= \{1; i; -1; -i\};$$

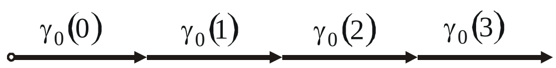
<u>для *m*=2</u>

$$\mathbf{\Gamma}_2 = \{\gamma_2(0); \gamma_2(1); \gamma_2(2); \gamma_2(3)\} = \left\{\exp\left\{i\frac{2\pi}{4}2\cdot 0\right\}; \exp\left\{i\frac{2\pi}{4}2\cdot 1\right\}; \exp\left\{i\frac{2\pi}{4}2\cdot 2\right\}; \exp\left\{i\frac{2\pi}{4}2\cdot 3\right\}\right\} =$$
$$= \{1; -1; 1; -1\};$$

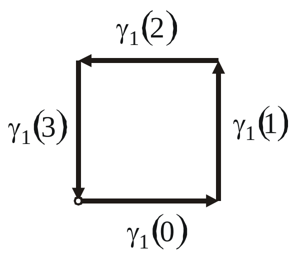
<u>для *m*=3</u>

$$\mathbf{\Gamma}_3 = \{\gamma_3(0); \gamma_3(1); \gamma_3(2); \gamma_3(3)\} = \left\{\exp\left\{i\frac{2\pi}{4}3\cdot 0\right\}; \exp\left\{i\frac{2\pi}{4}3\cdot 1\right\}; \exp\left\{i\frac{2\pi}{4}3\cdot 2\right\}; \exp\left\{i\frac{2\pi}{4}3\cdot 3\right\}\right\} =$$
$$= \{1; -i; -1; i\}.$$

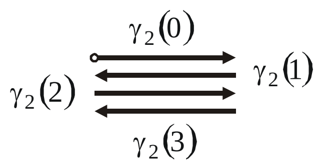
$\mathbf{\Gamma}_0$



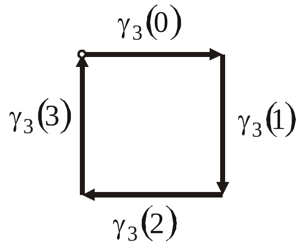
$\mathbf{\Gamma}_1$



$\mathbf{\Gamma}_2$



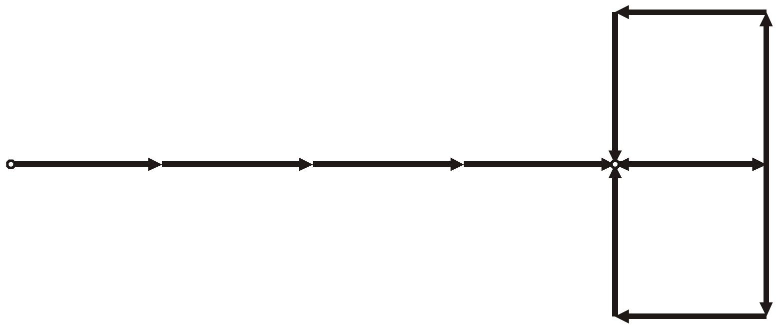
$\mathbf{\Gamma}_3$



Размерность композиционного контура при *k*=4 будет равна 16, а сам контур будет иметь вид:

$$\mathbf{\Gamma} = \{\gamma_0(0); \gamma_0(1); \gamma_0(2); \gamma_0(3); \gamma_1(0); \gamma_1(1); \gamma_1(2); \gamma_1(3); \gamma_2(0); \gamma_2(1); \gamma_2(2); \gamma_2(3); \gamma_3(0); \gamma_3(1); \gamma_3(2); \gamma_3(3)\} =$$

$$= \left\{ \underbrace{1;\, 1;\, 1;\, 1;}_{\Gamma_0} \quad \underbrace{1;\, i;\, -1;\, -i;}_{\Gamma_1} \quad \underbrace{1;\, -1;\, 1;\, -1;}_{\Gamma_2} \quad \underbrace{1;\, -i;\, -1;\, i}_{\Gamma_3} \right\}.$$



Для получения алфавита композиционных контуров с равномерным энергетическим спектром рассмотрим случай $k = 9$. Существует шесть чисел, взаимно простых с числом 9. Таким образом, для $k = 9$ имеем шесть базовых композиционных с РЭС. Записывая последовательность взаимно простых с числом 9 чисел от 0 до 8, умножая эти числа на $s = 1,2,4,5,7,8$ и переходя к значениям по модулю 9, получаем конкретные комбинации порядков ЭК, образующих базовые контуры с РЭС:

0,1,2,3,4,5,6,7,8;   0,5,1,6,2,7,3,8,4;   0,2,4,6,8,1,3,5,7;

0,7,5,3,1,8,6,4,2;   0,4,8,3,7,2,6,1,5;   0,8,7,6,5,4,3,2,1.

Осуществляя циклический сдвиг порядков ЭК в каждом из шести базовых контуров, получаем, что для $k = 9$ алфавит сигналов имеет размерность 54.

Созданные в LabVIEW согласно описанной методике виртуальные приборы позволяют получить комплекснозначные последовательности с равномерным энергетическим спектром и дельтовидной циклической автокорреляционной функцией.

№	Название виртуального прибора	Сокращенное название	Входные данные	Выходные данные
1	Генератор базовых КК.vi	ГБКК	Размерность, k Номер базового КК, n	ДКП (дискретно-кодированная последовательность) - Массив комплексных чисел размерностью k^2
2	Генератор комбинаций ЭК образующих базовые контуры с РЭС.vi	ГПЭК	Размерность, k	Комбинации порядков ЭК, образующих последовательности с РЭС - двумерный массив, содержащий построчно номера ЭК образующих базовые композиционные контуры (число строк массива – количество чисел взаимно простых числу k; число столбцов – k)
3	Генератор ЭК.vi	ЭК	Размерность, k Номер контура, m	Код ЭК, $\mathbf{\Gamma}_m$ – одномерный массив комплексных чисел размерности k.
4	Взаимно простые числа.vi	ВПЧ	k – целое число	Взаимно простые числа – одномерный массив содержащий числа взаимно простые числу k
5	Наибольший общий делитель.vi	НОД	n, m – целые числа	p – наибольший общий делитель для чисел n и m